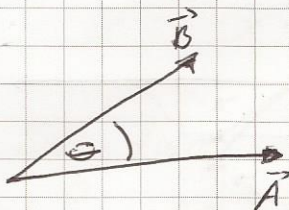


Solucionario

1

a)



Entonces:

$$\theta = \arccos\left(\frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{A}\| \|\vec{B}\|}\right)$$

Como:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (3, 4, 0) \cdot (4, 0, 3) = 12$$

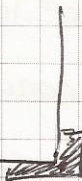
$$\|\vec{A}\| = \sqrt{3^2 + 4^2 + 0^2} \Rightarrow \|\vec{A}\| = \sqrt{25} \Rightarrow \|\vec{A}\| = 5$$

$$\|\vec{B}\| = \sqrt{4^2 + 0^2 + 3^2} \Rightarrow \|\vec{B}\| = \sqrt{25} \Rightarrow \|\vec{B}\| = 5$$

$$\text{Así } \theta = \arccos\left(\frac{12}{5 \cdot 5}\right) \Rightarrow \theta = \arccos\left(\frac{12}{25}\right)$$

$$\Rightarrow \theta = 61,31^\circ$$

$$\text{o } \theta = 61^\circ 18' 53''$$



b) Para hallar el valor de m resolvamos la siguiente ecuación

$$\cos 30 = \frac{\vec{A} \cdot \vec{C}}{\|\vec{A}\| \|\vec{C}\|} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{(3, 4, 0) \cdot (1, 3, m)}{\sqrt{25} \cdot \sqrt{10 + m^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3} \cdot 5}{2} = \frac{3 + 12}{\sqrt{10 + m^2}} \Rightarrow \sqrt{10 + m^2} = \frac{15 \cdot 2}{5 \cdot \sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{10 + m^2} = \frac{6}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sqrt{10 + m^2} = 2\sqrt{3} \quad \parallel (\quad)^2$$

$$\Rightarrow 10 + m^2 = 4 \cdot 3 \Rightarrow m^2 = 2 \Rightarrow \boxed{m = \pm\sqrt{2}}$$

Si $m = \sqrt{2}$, se tiene: $\vec{A} = (3, 4, 0)$, $\vec{C} = (1, 3, \sqrt{2})$

$$\Rightarrow V_0 = |\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C})| = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 0 \\ 4 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & \sqrt{2} \end{vmatrix} \Rightarrow V_0 = 37,6 \text{ [u}^3\text{]}$$

Si $m = -\sqrt{2}$, se tiene: $\vec{C} = (1, 3, -\sqrt{2})$

$$\Rightarrow V_0 = |\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C})| = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 0 \\ 4 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & -\sqrt{2} \end{vmatrix} \Rightarrow V_0 = 7,6 \text{ [u}^3\text{]}$$

CURSO:

ASIGNATURA:

CÓDIGO:

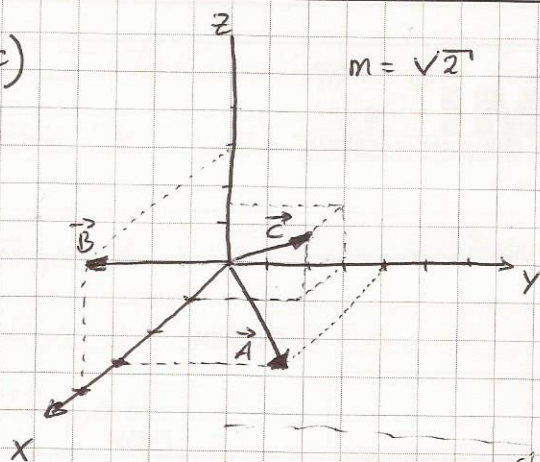
FECHA: EXAMÉN

NOTA

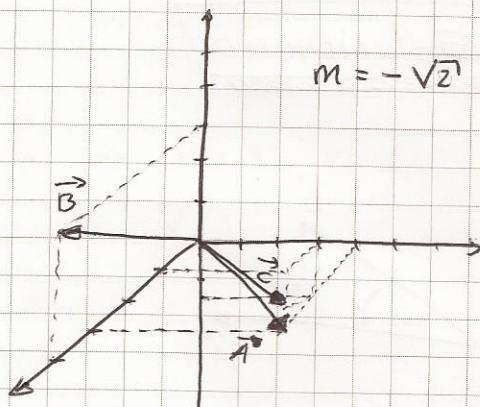
FIRMA

c)

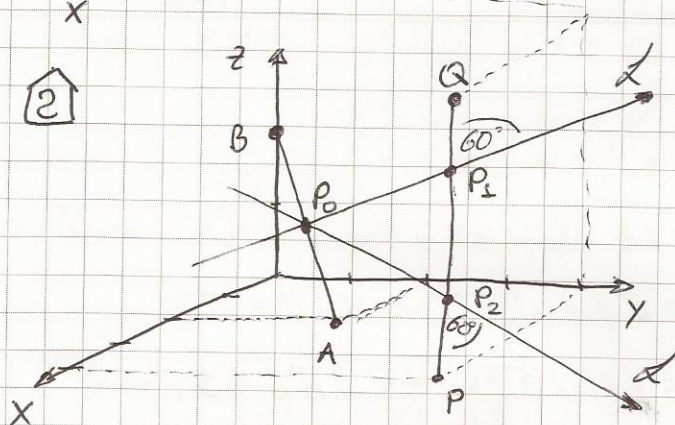
$$m = \sqrt{2}$$



$$m = -\sqrt{2}$$



②



Sea $P_0 = (1, 1, 1)$ el punto medio de $\overline{AB}$

por la gráfica, se tiene dos rectas que cumplen la condición, de que pasa por $P_0 = (1, 1, 1)$, nos falta encontrar su vector direccional de la recta.

Sea P' el punto de intersección de la recta α y $\overline{PQ}$ con un ángulo de 60° .

Por la gráfica $P' = (4, 4, x)$.

$$\text{Sea } \vec{u} = \overrightarrow{P_0 P'} \Rightarrow \vec{u} = P' - P_0 \Rightarrow \vec{u} = (4, 4, x) - (1, 1, 1)$$

Entonces $\vec{u} = (3, 3, x-1)$ vector direccional de la recta buscada.

$$\text{Así } \cos 60 = \frac{u \cdot v}{\|u\| \cdot \|v\|} \quad \text{donde } \vec{v} = \overrightarrow{QP} = P - Q = (0, 0, -4)$$

$$\cos 60 = \frac{(3, 3, x-1) \cdot (0, 0, -4)}{\sqrt{9+9+(x-1)^2} \cdot 4}$$

$$\cos 60^{\frac{1}{2}} = \frac{4(1-x)}{\sqrt{18+(x-1)^2} \cdot 4} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1-x}{\sqrt{18+(x-1)^2}}$$

$$\text{Resolviendo } x = 1 \pm \sqrt{6}$$

Así $\vec{v} = (3, 3, \pm\sqrt{6})$

∴ Las dos rectas buscadas son:

$\mathcal{R}: X = (1, 1, 1) + t(3, 3, \pm\sqrt{6})$

③ Se tiene:

$P_1: 2x + y + z = 1$

$P_2: 2x + y - 3 = 0$

La ec. de Mez de planos se tiene:

$2x + y + z - 1 + k(2x + y - 3) = 0 \dots (*)$

La distancia del punto $P = (2, 0, 0)$ al plano (*)

donde la distancia $d = 1$ esta dada por:

$$1 = \frac{|2 \cdot 2 + 0 + 0 - 1 + k(2 \cdot 2 + 0 - 3)|}{\sqrt{(2+2k)^2 + (1+k)^2 + 1^2}}$$

$$1 = \frac{|4 - 1 + k|}{\sqrt{4 + 8k + 4k^2 + 1 + 2k + k^2 + 1}}$$

$$1 = \frac{|3 + k|}{\sqrt{5k^2 + 10k + 6}}$$

$$\sqrt{5k^2 + 10k + 6} = |3 + k| \quad \parallel (\)^2$$

$$5k^2 + 10k + 6 = 9 + 6k + k^2$$

$$4k^2 + 4k - 3 = 0$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 3 = 6 \\ 2 \quad -1 = -2 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$(2k + 3)(2k - 1) = 0 \Rightarrow k = -\frac{3}{2} \quad k = \frac{1}{2}$$

Si $k = -\frac{3}{2}$, se tiene el plano $-x - \frac{1}{2}y + z = -\frac{7}{2}$

$$\circ \quad 2x + y - 2z = 7$$

Si $k = \frac{1}{2}$, se tiene el plano

$$3x + \frac{3}{2}y + z = \frac{5}{2}$$

$$\circ \quad 6x + 3y + 2z = 5$$

14 Intersecciones con los ejes.

Eje X: $z=y=0 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$
 $(x-3)(x-1) = 0 \Rightarrow x=3, x=1$

Eje Y: $x=z=0 \Rightarrow y^2 + 3 = 0 \Rightarrow y = \nexists$

Eje Z: $x=y=0 \Rightarrow -z^2 + 3 = 0 \Rightarrow z = \pm\sqrt{3}$

Trazas.

Plano XY: $x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$

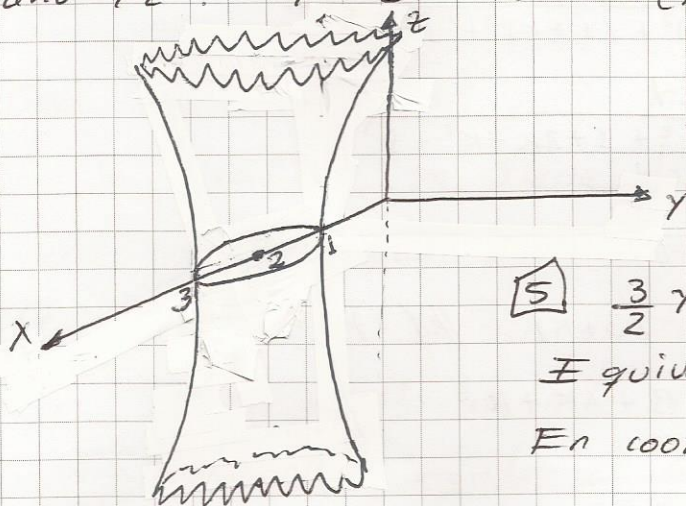
$$x^2 - 4x + 4 + y^2 = -3 + 4$$

$$(x-2)^2 + y^2 = 1 \quad (\text{Circunferencia}).$$

Plano XZ: $x^2 - 4x - z^2 + 3 = 0$

$$(x-2)^2 - z^2 = 1 \quad (\text{Hipérbolas})$$

Plano YZ: $y^2 - z^2 = -3 \quad (\text{Hipérbolas}).$

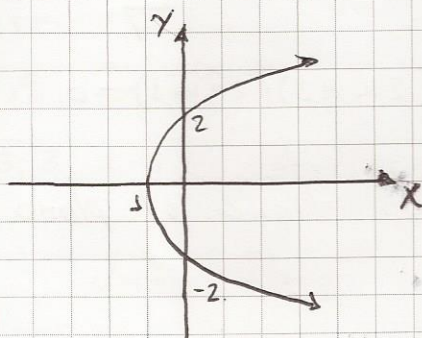


5 $\frac{3}{2}y^2 - 6x - 6 = 0$

Equivalente a: $y^2 = 4(x+1)$

En coordenadas polares.

$$r^2 \sin^2 \theta = 4(r \cos \theta + 1)$$



 EMI Escuela Militar de Ingeniería Prestigio, Disciplina y Mejores Oportunidades		ESCUELA MILITAR DE INGENIERÍA Unidad Académica La Paz EXAMEN: PRIMER PARCIAL					
Apellido, Nombre:							
C.I.:		Carrera:					
Asignatura:	CALCULO II				Semestre:	II/2014	Curso:
Evaluación:	1er Parcial	2do Parcial	Optativo	Final	2T	Fecha Evaluación	08/09/2014
	X					Tiempo de duración	90 (Minutos)
Revisión:	Fecha:		Hora:		Curso:		
Unidades Didácticas Avanzadas		1. VECTORES EN $\mathbb{R}^3$ 2. GEOMETRIA ANALITICA EN EL ESPACIO Y SUPERFICIES CUADRICAS 3. CORRDENADAS POLARES					
Unidades Didácticas a Evaluar:		1. VECTORES EN $\mathbb{R}^3$ 2. GEOMETRIA ANALITICA EN EL ESPACIO Y SUPERFICIES CUADRICAS 3. CORRDENADAS POLARES					
Nombre y Firma Docente(s):							
						VºBº	
CALIFICACIÓN DEL EXAMEN				CALIFICACIÓN REVISADA		Ponderación después de la revisión por parte del estudiante	
Firma del Estudiante:						La firma representa la conformidad por parte del estudiante al examen propuesto.	

PREGUNTAS

1. Dados los vectores $\vec{A} = (3,4,0)$, $\vec{B} = (4,0,3)$ y $\vec{C} = (1,3,m)$
 - a. Hallar el Angulo entre $\vec{A}$ y $\vec{B}$
 - b. Si los vectores $\vec{A}$ y $\vec{C}$ forman un Angulo de 30° , calcular el volumen del paralelepípedo que forman los vectores: $\vec{A}$, $\vec{B}$ y $\vec{C}$.
 - c. Realizar el gráfico en el sistema $\mathbb{R}^3$
2. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto medio del segmento que une los puntos A y B, y corta bajo un ángulo de 60° a la recta que pasa por los puntos P y Q. Donde $A(2,2,0)$, $B(0,0,2)$, $P(4,4,0)$ y $Q(4,4,4)$
3. Hallar la ecuación del plano que contiene a la recta que se forma por la intersección de los planos $\rho_1: 2x + y + z = 1$; $\rho_2: 2x + y - 3 = 0$. Además posee una distancia mínima "d=1" con el punto $P_i(2,0,0)$.
4. Analizar y graficar la superficie cuádrica: $x^2 + y^2 - z^2 - 4x + 3 = 0$
5. Transformar a coordenadas polares y graficar: $\frac{3}{2}y^2 - 6x - 6 = 0$